1. فرض کنید بردارهایی در هستند.

الف) اگر اعدادی حقیقی باشند، مقدار را بدست آورید.

ب) نشان دهید بردارهایی مستقل خطی هستند.

**پاسخ:**

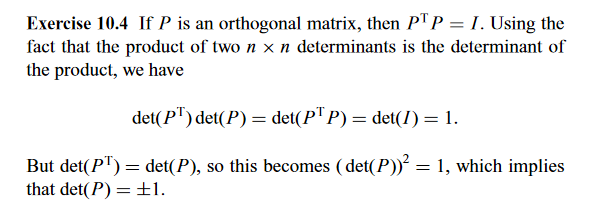
الف) چون بردارهایی هستند پس می‌دانیم برای هر و برای هر . بنابراین داریم:

ب) فرض کنید اعداد حقیقی وجود دارند به طوری که . در اینصورت ، که ایجاب می‌کند تمامی ها صفر باشند. از این جهت نتیجه می‌دهد که . بنابراین طبق تعریف مستقل خطی‌اند.

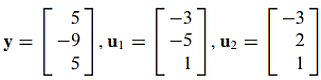
2. نشان دهید اگر یک ماتریس باشد، آنگاه خواهد بود.

**پاسخ:**

می‌دانیم اگر یک ماتریس باشد، بنابراین . پس می‌توان گفت:



اما . بنابراین ، که نتیجه می‌دهد .

3. فرض کنید و و به صورت زیر باشند. فاصله میان و صفحه ای در که و آن را می‌کنند را بیابید.

**پاسخ:**

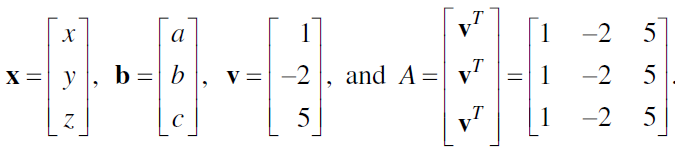
فاصله در تا زیرفضایی مانند به صورت فاصله میان و نزدیک ترین نقطه در تعریف می‌شود. از آنجاییکه نزدیکترین نقطه در به در واقع است، فاصله مورد نظر ما است.

*4.* باتوجه به اینکه اسکالر هستند، سیستم معادلات زیر است؛ زیرا نمودار معادلات صفحات با یکدیگر موازی هستند.

نشان دهید که مجموعه تمام راه‌حل‌های سیستم دقیقاً صفحه‌ای است که معادله آن به شکل است.

**پاسخ:**

ابتدا بردارها و ماتریس زیر را درنظر می‌گیریم.



حال برای باید معادله را حل کنیم:

از آنجایی که یک اسکالر(ضرب داخلی دوبردار) است معادله را می‌توانیم به فرم زیر بازنویسی کنیم:

پس داریم: